

LEY DE THIRLWALL Y MODELO DE BRECHAS: UN MODELO UNIFICADO

Mario García-Molina*
Jeanne Kelly Ruíz-Tavera**

Resumen

Este artículo presenta un modelo unificado de las dos principales explicaciones del crecimiento basadas en la demanda: la ley de Thirlwall y el modelo de dos brechas. Se muestra que, bajo ciertas especificaciones, la brecha externa es equivalente a la ley de Thirlwall con flujos de capital. El modelo unificado está expresado en tasas de crecimiento y es útil para explicar, en especial, el crecimiento de países en desarrollo en el corto plazo. Además, se muestran algunas implicaciones de política que se derivan del mismo.

Palabras clave: Modelos keynesianos, comercio exterior, crecimiento económico, desarrollo económico.

JEL: E12, F31, F43, O11.

THIRLWALL'S LAW AND THE GAPS MODEL: A UNIFIED MODEL

Abstract

This article presents a unified model of the two main demand-based explanations of economic growth: Thirlwall's law and the two-gaps model. It is shown that, with certain specifications, the external gap is equivalent to Thirlwall's law with capital movements. The unified model is expressed in rates of growth and is useful to explain mainly short term growth in developing countries. Also, some policy implications are derived from the results.

Key words: Keynesian Models, foreign trade, economic growth, economic development.

JEL: E12, F31, F43, O11.

* Mario García es Doctor en Economía y profesor asociado de la Escuela de Economía (Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Colombia). Email: mgarciamo@unal.edu.co.

** Jeanne Kelly Ruíz es Magíster en Economía y profesora asociada de la Facultad de Ciencias Económico-Administrativas, Universidad Jorge Tadeo Lozano. Email: jeanne.ruiz@utadeo.edu.co



Rector

Moisés Wassermann Lerner

Vicerrector Sede Bogotá

Fernando Montenegro Lizarralde

**FACULTAD DE CIENCIAS
ECONÓMICAS**

Decano

Jorge Iván Bula Escobar

Vicedecano Académico

Gerardo Ernesto Mejía Alfaro

ESCUELA DE ECONOMÍA

Director

Edgar Osvaldo Bejarano Barrera

**Coordinador Programa Curricular de
Economía**

Héctor William Cárdenas Maecha

La serie Documentos FCE considera para publicación manuscritos originales de estudiantes de maestría o doctorado, de docentes y de investigadores de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Colombia; resultado del trabajo colectivo o individual y que hayan sido propuestos, programados, producidos y evaluados en una asignatura, en un grupo de investigación o en otra instancia académica.

**Documentos FCE
Escuela de Economía
ISSN 2011-6322**

La serie Documentos FCE puede ser consultada en el portal virtual:
<http://www.fce.unal.edu.co/publicaciones/>

Coordinador de Publicaciones

Carlos Andrés Álvarez Gallo
Profesor Asociado - FCE

Equipo de publicaciones - FCE

Jenny Paola Lis Gutiérrez
David Alejandro Bautista Cabrera
Juan Carlos García Sáenz
Manfred Acero Gómez

Administrador portal publicaciones

Miguel Benjamín Ibañez Solís

Diseño

Andrea Paola Parra Martínez

Contacto: Unidad de Divulgación y Publicaciones. Oficina 116 edificio 310 Facultad de Ciencias Económicas.

Correo electrónico:

publicac_fcebog@unal.edu.co

Periodicidad: Trimestral

Este documento puede ser reproducido citando la fuente. *El contenido y la forma del presente material es responsabilidad exclusiva de sus autores y no compromete de ninguna manera a la Escuela de Economía, ni a la Facultad de Ciencias Económicas, ni a la Universidad Nacional de Colombia.*

INTRODUCCIÓN

En la teoría del crecimiento se encuentra una corriente teórica que considera la oferta de los factores (acumulación de capital, oferta de trabajo y el progreso tecnológico) como elementos endógenos al sistema económico¹ que dependen del crecimiento mismo (Thirlwall, 1997), así como también, el hecho de que las economías en el corto y mediano plazo tienden a operar con cierto nivel de recursos productivos ociosos debido en gran parte a problemas de demanda efectiva. Los trabajos desarrollados bajo este enfoque **-modelos orientados o impulsados por la demanda-** basan sus raíces intelectuales en Adam Smith, Allyn Young, Kaldor, Myrdal y Verdoorn (Moreno-Brid, 1999).

Entre estos modelos se encuentran el de Thirlwall llamado “Modelo de crecimiento con restricción de la balanza de pagos” (de enfoque keynesiano) y el de Chenery, “Modelo de brechas” (de enfoque estructuralista), que comparten la característica de considerar el sector externo como una restricción al crecimiento; sin embargo, no existe un modelo que los combine o los trabaje conjuntamente.

Thirlwall (1997) ha sugerido a los teóricos del lado de la demanda, trabajar en la relación existente entre éstos dos modelos, así, el objetivo de este trabajo es presentar un modelo de crecimiento del lado de la demanda que unifique la Ley de Thirlwall ampliada (con flujos de capital) con el modelo de dos brechas -ahorro y divisas.

La ley de Thirlwall es un modelo dinámico de crecimiento diseñado especialmente para economías desarrolladas; el modelo de brechas es un modelo trabajado en niveles concebido especialmente para países en desarrollo. Así, de la unificación de estos dos modelos, se obtiene un modelo dinámico para explicar el crecimiento de las economías en desarrollo basado en dos restricciones comunes que estas economías pueden enfrentar.

El artículo consta de cuatro partes: en la primera se hace una presentación de la ley de Thirlwall y el modelo de brechas, en la segunda se formaliza el modelo unificado (modelo de brechas dinámicas), en la tercera sección se

¹ Los únicos factores que son considerados como restrictivos al crecimiento del lado de la oferta son los recursos naturales – exógenos-.

presenta un análisis de estática comparativa para identificar algunas implicaciones de política y finalmente se encuentran las conclusiones.

1. LEY DE THIRLWALL Y MODELO DE BRECHAS

Ley de Thirlwall

El modelo de crecimiento con restricción de la balanza de pagos, se remonta a las teorías de Kaldor de crecimiento orientado por la demanda y al modelo de Harrod del multiplicador de comercio exterior².

Thirlwall otorga un papel significativo al sector externo –exportaciones- en la determinación del crecimiento económico, ya que cuando se presenta déficit en la cuenta corriente éste no puede financiarse indefinidamente, por lo que el acceso a las divisas marca un límite a la tasa de expansión de la demanda agregada y con ésta también al producto. La importancia de las exportaciones en este aspecto es que es el único componente de la demanda que puede proveer divisas para pagar el contenido importado de los otros componentes de la demanda agregada (Thirlwall, 1997) y dado que la formación de capital en muchas economías depende de la importación, entonces la inversión y el crecimiento pueden verse restringidos por la falta de divisas (Moreno-Brid, 1999).

La expresión simple de la Ley de Thirlwall sugiere que el crecimiento del producto a largo plazo puede ser aproximado por la tasa de crecimiento del volumen de las exportaciones – exógenamente determinadas- respecto a la elasticidad ingreso de la demanda por importaciones, es decir:

$$y = \frac{x}{h}$$

donde x es la tasa de crecimiento de las exportaciones (cantidades) y h la elasticidad ingreso de la demanda por importaciones.

La principal implicación de este resultado es que para alcanzar una tasa de crecimiento del producto mayor se debe inicialmente aliviar la restricción de balanza de pagos, ya sea incrementando las exportaciones o reduciendo la elasticidad ingreso de la demanda por importaciones. Si esto es posible entonces la demanda puede ser expandida sin producir dificultades en la balanza de pagos, generando así, presión sobre la capacidad productiva;

² Esta ley ha sido considerada como la versión dinámica del multiplicador de comercio exterior de Harrod. Sin embargo Perrotini en su trabajo intentó mostrar que entre estos dos modelos hay discrepancias fundamentales. Ver Perrotini (2002).

esta presión, así mismo, conduce a la generación de oferta propia a través de un incremento en las inversiones, incorporación de progreso tecnológico, mayor absorción del desempleo y mayor productividad (Pardo y Reig, 2002).

Ahora debe observarse que, aunque este enfoque postula que la demanda conduce al sistema económico, se reconoce también la importancia de las características de la oferta de los bienes. Estas características están asociadas a factores de competitividad –no precio- como calidad, diferenciación de producto, comercio intrafirma, ventajas tecnológicas y de información, etc. (Perrotini, 2002), características de la competencia imperfecta que pueden reflejarse en las elasticidades ingreso de exportaciones e importaciones utilizadas en las funciones de demanda que determinan el comercio internacional.³

Sobre las extensiones de la ley de Thirlwall se tiene que ésta ha sido ampliada en distintas direcciones, así, mientras unos trabajos se han dirigido a observar el impacto de la inestabilidad de los términos de intercambio sobre el producto, otros se han interesado en el efecto de los flujos de capital o el papel de la deuda externa.⁴ En el modelo unificado propuesto en este artículo se trabajará con la Ley de Thirlwall ampliada con flujos de capital.

Modelo de Brechas

De acuerdo a la clasificación presentada por Chenery (1975) existen tres aproximaciones para el análisis de las economías en desarrollo: neoclásica, neo-marxista y estructuralista. La neoclásica y la neo-marxista intentan adaptar, a las economías menos desarrolladas, sistemas de pensamiento formulados para el estudio de economías desarrolladas; mientras el enfoque estructuralista, busca identificar rigideces específicas, rezagos, y otras características de la estructura propia de las economías en desarrollo que afectan sus ajustes económicos y la elección de la política de desarrollo. El modelo de brechas hace parte de este último enfoque.

³ Sin embargo Mc Gregor y Swales (1986) objetan que Thirlwall utiliza unas funciones de demanda de importaciones y exportaciones que no reflejan la naturaleza oligopólica del mercado (Perrotini, 2002).

⁴ Sobre el impacto de los términos de intercambio cuando éstos no son estables se tiene por ejemplo el trabajo de Perraton (2003) y en el caso colombiano se tiene los de López y Cruz (2000) y García y Quevedo (2005); sobre los flujos de capital, además del trabajo de Thirlwall y Hussain (1982), se tiene el trabajo de Ferreira y Canuto (2003) cuando se presenta volatilidad de los flujos de capital; sobre la deuda externa se tiene el trabajo de Moreno-Brid (2002).

Este modelo tuvo su origen con los trabajos de Chenery en los años 60. En estos trabajos se formalizaron diferentes relaciones estructurales considerando, por ejemplo, factores como el comercio exterior, las importaciones de capital, la composición presente y futura de la demanda y la capacidad de planear y llevar a cabo actividades de desarrollo (inversión, asistencia técnica, etc.), que para los países en desarrollo ponían las principales limitaciones estructurales al crecimiento. (Bruno y Chenery, 1962).

Por esta razón, los modelos de brechas comprendían, además del conjunto de variables que reflejaban los objetivos económicos y los principales instrumentos de política gubernamental, las relaciones estructurales propias de la economía que se estudiaba. Así por ejemplo Bruno y Chenery (1962), en el trabajo de Israel, consideraron un grupo de ecuaciones que describían la estructura de la economía (función de producción agregada, demanda de importación, exportaciones, reemplazo de capital, ahorro, demanda de trabajo y oferta de trabajo) y también otro grupo de ecuaciones que especificaban las limitaciones de los recursos (ahorro-inversión, balanza de pagos y empleo), de las que se obtuvo un modelo reducido que comprendía tres condiciones de equilibrio, es decir tres brechas o restricciones al crecimiento, a saber: equilibrio de pleno empleo (o del trabajo), equilibrio de ahorro-inversión (o del capital) y equilibrio de la balanza de pagos (o de las divisas).

A partir de estas tres condiciones de equilibrio Bruno y Chenery presentaron algunos programas de desarrollo “factibles” para el periodo de planeación. Es decir, presentaron un conjunto consistente de políticas económicas (valores determinados para las variables de política) que cumplieran con todas las restricciones o condiciones de equilibrio simultáneamente.

Este modelo fue extendido para el caso de otras economías como Pakistán (Chenery y Mc Ewan, 1966), Grecia (Chenery e Ira Adelman, 1966), etc. y con el tiempo ha presentado modificaciones. Así, mientras en algunos modelos se han incorporado más brechas (como por ejemplo la restricción fiscal), en otros se ha reducido a dos brechas o restricciones: **restricción de ahorro** y la **restricción de la balanza de pagos**. La primera, también conocida como **Brecha de ahorro** o **Brecha de Inversión** se refiere a la insuficiencia del ahorro para cubrir las necesidades de inversión y alcanzar un crecimiento deseado, y la segunda, llamada también

restricción de divisas⁵ o **Brecha Externa**, se entiende como la escasez de divisas por la insuficiencia de las exportaciones para pagar las importaciones necesarias para mantener el crecimiento de la economía.

Dado que el modelo de dos brechas será utilizado más adelante en la construcción del modelo unificado propuesto en este artículo, a continuación se presentan las dos restricciones originales trabajadas por Bruno y Chenery en su trabajo para Israel de los años 60's:

- Equilibrio ahorro-inversión

$$Y_n = \frac{\left[\frac{\rho}{\beta} Y_0 + S_0 - R_n \right] - sY_0 + F_n}{\left[\frac{\rho}{\beta} \right] - s}$$

donde $S_0 = s_0 Y_0$

- Equilibrio de la balanza de pagos

$$Y_n = \left[\frac{1 - \mu}{\mu} \right] (X_n + F_n)$$

Donde la tasa de ahorro marginal (propensión marginal a ahorrar), s , la entrada de capital extranjero, F , y la tasa de cambio efectiva, r , (que aparece indirectamente en el modelo) son variables de política. El producto marginal del capital, β , el coeficiente de importación, μ , y la tasa de crecimiento de la inversión, ρ , son parámetros. El producto Nacional Bruto, Y , es la variable objetivo y S , X y R , son el ahorro doméstico bruto, las exportaciones y el stock de capital respectivamente.

⁵ Más conocida en Europa como el problema del déficit de dólar y en Latinoamérica como estrangulación externa (Bacha, 1984).

2. MODELO UNIFICADO: Un modelo de dos brechas dinámicas

Luego de presentar en forma general el modelo de Thirlwall y el de brechas, se presentan a continuación los supuestos bajo los cuales se formalizará el modelo unificado. Estos son los siguientes ⁶:

- Economía en desarrollo semiindustrializada de ingreso medio
- Modelo de crecimiento de corto plazo
- Los términos de intercambio reales o los precios relativos medidos en una misma moneda (tasa de cambio real) permanecen constantes.
- Economía receptora neta de capital.
- Restricciones de igualdad: equilibrio entre ingreso y absorción y la identidad de la balanza de pagos.
- Restricciones de desigualdad: El ingreso efectivo no puede ser mayor que el potencial, ni las exportaciones mayores que su demanda externa.

El primer supuesto se asume como tal debido a que muchas economías en desarrollo actualmente se ajustan mejor a esta concepción que a la de economías primarias exportadoras de los modelos estructuralistas de los años 60's.

El supuesto sobre el corto plazo se asume ya que no es necesario el largo plazo para justificar que los términos de intercambio permanezcan constantes (como se hace en parte en la Ley de Thirlwall) y también porque, de acuerdo a Bacha (1990), al menos para algunos países en desarrollo de ingreso medio, la brecha de divisas es más un fenómeno de corto plazo (y no de largo plazo como fue asumido en los modelos de brechas de los años 60's).

Sobre el supuesto de estabilidad de los términos de intercambio, León-Ledesma (1999) lo atribuye al hecho de que los precios internacionales son fijos en los mercados de oligopolio donde la diferenciación de producto y la competencia en calidad son las estrategias dominantes y no al periodo de tiempo en el modelo. Por esta razón, los precios y sus variaciones terminan jugando un papel menor en la competencia de los mercados internacionales.

⁶ Algunos de estos supuestos los presentan Bacha (1984 y 1990) y Thirlwall (1997).

Ahora, en el caso de los países en desarrollo, aunque estas fluctuaciones pueden tener gran importancia debido a que estas economías tienden a manipular con frecuencia las tasas de cambio en el ejercicio de llevar a cabo su política económica, los efectos de la tasa de cambio real sobre el producto pueden ser muy diversos -como por ejemplo en el caso de los países latinoamericanos (López y Cruz ,2000) ⁷.

Lo anterior en el caso de la ley de Thirlwall, pero por otro lado, debe mencionarse que en el modelo de brechas ni siquiera se consideran los términos de intercambio, y la tasa de cambio efectiva, que es la única variable cercana que aparece, tiene poca relevancia al presentarse de forma indirecta en el modelo.

Sobre el cuarto supuesto (economía receptora neta de capital), se tiene que por un lado la Ley de Thirlwall ampliada utiliza la variable flujos de capital, mientras en el modelo de brechas se trabaja con las transferencias externas. En el primer caso los flujos de capital se entienden como entradas (cuando la variable es positiva) o como salidas de capital (cuando la variable es negativa), mientras que en el modelo de brechas se habla de las transferencias externas⁸ como entradas netas de capital extranjero, es decir, como flujos de capital positivos.

Aunque en el caso de la aplicación de la Ley de Thirlwall en los países desarrollados la evidencia empírica indica que los flujos de capital tienen poca importancia -en relación a las exportaciones- en el financiamiento de sus importaciones, éste no es el caso de los países en desarrollo o subdesarrollados, ya que los flujos de capital han posibilitado el financiamiento de los crecientes desequilibrios en cuenta corriente en el corto y mediano plazo aliviando las restricciones externas de estos países permitiéndoles alcanzar tasas de crecimiento del producto más elevadas.

⁷ López y Cruz (2000) señalan que una tasa de cambio real mayor no garantiza un nivel de producto mayor, y más aún, algunas veces, estas mayores tasas de cambio están asociadas inclusive a niveles bajos del producto aún cuando la condición Marshall Lerner se cumple.

⁸ Debe mencionarse que en algunas versiones del modelo de brechas se ha hecho uso de otras variables como “ayudas” o “asistencia extranjera”. De acuerdo a la clasificación del manual de la Balanza de Pagos del FMI, estas variables son diferentes a las transferencias externas. Así, se tiene que las entradas de flujos de capital pueden ser por concepto de transferencias, que a su vez, pueden ser corrientes (donde se ubican las ayudas y la asistencia técnica) o de capital (donde se hayan las condonaciones), la inversión directa, la inversión de portafolio y otras inversiones (en la que se encuentran los créditos y los préstamos).

En el caso del modelo de brechas, las transferencias tienen un papel aún más importante ya que han sido consideradas como un factor de producción adicional (Chenery y Strout, 1966). Así, cuando una economía subdesarrollada o estancada pretende alcanzar tasas de crecimiento mayores, los recursos externos pueden tener un efecto acelerador sobre los cambios requeridos en los niveles de inversión y ahorro, la composición del producto, tecnología, capital humano, etc.

Considerando entonces que el presente trabajo tiene especial interés en los países en desarrollo, sin pérdida de generalidad, se tomará la variable flujos de capital como positiva, es decir asumiendo que las economías son receptoras netas de capital (lo que para muchas se cumple al menos en ciertos periodos de corto plazo).

En esta dirección, y de acuerdo a los supuestos expuestos anteriormente, se construye a continuación el modelo unificado. Éste consta de dos brechas dinámicas: la brecha externa y la brecha de ahorro:

Brecha de divisas (externa) o ley de Thirlwall ampliada

La ley de Thirlwall ampliada es un caso particular de la brecha externa (pero en una versión dinámica) cuando las funciones de demanda de importaciones y exportaciones son tipo estándar multiplicativas con elasticidades constantes de ingresos y precios. De igual forma esta brecha externa dinámica o ley de Thirlwall ampliada con flujos de capital podría corresponder a la versión dinámica del multiplicador de comercio exterior de Harrod cuando se consideran las transferencias entre las partidas en cuenta corriente ⁹.

Se parte de la identidad de la balanza de pagos en desequilibrio en cuenta corriente, de la misma forma que en la ley de Thirlwall, es decir:

$$(1) \quad XP_d + F = MP_f \quad F > 0$$

donde X y M son las cantidades de exportaciones e importaciones, P_d y P_f los precios de exportación e importación expresados en moneda doméstica y F el valor del flujo de capital medido en moneda doméstica (entradas de capital).

⁹ Harrod (1933) muestra el multiplicador considerando, entre las partidas en cuenta corriente, factores como los intereses y beneficios de la inversión extranjera, las donaciones y pagos por indemnización.

Por otro lado, a diferencia de algunos de los modelos de brechas conocidos, en este caso **no** se asume una demanda por importaciones que depende de los componentes de la demanda total como la que asumen Bruno y Chenery (1962) ($Mt = \mu^r_c C + \mu^r_g G + \mu^r_i I + \mu^r_e$ en donde el coeficiente μ^r representa el total de las importaciones requerida directamente e indirectamente por cada tipo de demanda¹⁰); tampoco, como en el caso de Bacha (1984) donde las importaciones se dividen en competitivas de bienes intermedios y bienes de capital ($M = M_c + M_i + M_k$), o como en Bacha (1990) que se divide en bienes de capital y en otras importaciones ($M = M_k + M_o$), en donde en cualquiera de los dos casos las importaciones de bienes de capital se toman como una fracción de la Inversión ($M_k = m_k I$); ni tampoco se asumirá como en el caso del multiplicador de comercio exterior de Harrod que las importaciones son una fracción del ingreso ($M = mY$); sino que se asumen unas funciones de demanda de importaciones y exportaciones estándar multiplicativas con elasticidades constantes de ingresos y precios, las mismas usadas por Thirlwall:

$$\begin{aligned} (2) \quad M &= (P_f/P_d)^g Y^{h11} & g < 0, h > 0 \\ (3) \quad X &= (P_d/P_f)^v Y^{*w} & v < 0, w > 0 \end{aligned}$$

donde Y y Y^* representan el ingreso doméstico y extranjero (mundial), g y v representan las elasticidades precio de las importaciones y las exportaciones y h y w las elasticidades ingreso respectivamente.

Así, sustituyendo las tasas de crecimiento de las importaciones y exportaciones –que se obtienen de sacar logaritmos naturales y diferenciar (2) y (3)- en la **expresión dinámica de la balanza de pagos**– que se obtiene diferenciado (1)-, se tiene la tasa de crecimiento de equilibrio restringida por divisas:

¹⁰ El coeficiente está afectado por la tasa de cambio efectiva, r . Esta tasa de cambio se introdujo para estimar la magnitud de la sustitución de importaciones en el análisis de un sector, y aunque allí es una variable instrumento o de política aparece solo indirectamente en el modelo agregado.

¹¹ Se han presentado diferentes controversias entre aquellos autores que aceptan y los que rechazan la inclusión de los términos de intercambio en la función de demanda de importaciones. Tal como indica Hieke (1997), mientras McGregor y Swales (1991) soportan la idea de eliminarlos de las aproximaciones empíricas, Mc Combie (1992) insiste en que la significancia estadística de los precios relativos no implica necesariamente que tengan un impacto en el largo plazo sobre el flujo de comercio. Por otro lado, Atesoglu (1993) los tiene en cuenta (en su análisis para el caso de Estados Unidos) , pero no concluye que éstos tengan efecto sobre la elasticidad ingreso de la demanda por importaciones estimada, por lo que refuerza la Ley de Thirlwall.

$$(4) \quad y = \frac{\omega(x) + z(f')}{h}$$

donde $\omega = \frac{XP_d}{MP_f}$, $z = \frac{F}{MP_f}$ y $f' = (f - p_d)$,

Es decir, la **brecha de divisas o la tasa de crecimiento restringida por la balanza de pagos iniciando en desequilibrio inicial en cuenta corriente** (Ley de Thirlwall ampliada con flujos de capital), es una función lineal de la tasa de crecimiento de las exportaciones (cantidades), x , debido al crecimiento exógeno del ingreso externo, la tasa de crecimiento de los flujos de capital reales, f' , y la elasticidad ingreso de la demanda por importaciones, h . Las ponderaciones corresponden a la proporción de las importaciones que se financia por las ganancias de exportación y por los flujos de capital.

Al comparar la ley de Thirlwall (ampliada con flujos de capital) con los resultados presentados por Bruno y Chenery (1962) y Bacha (1990) de la brecha externa en los modelos de brechas, se tiene que el producto en los dos tipos de modelo depende de las exportaciones y la entrada neta de capital (aunque en los modelos de brechas las variables están en niveles). Ahora, mientras en el modelo de Chenery se tiene el coeficiente de importación para los componentes de la demanda y en Bacha la proporción de importaciones contenidas en la inversión, en Thirlwall se tiene la elasticidad ingreso de la demanda por importaciones.¹²

¹² Brecha externa de Bruno y Chenery (1962): $Y_n = \frac{(1-u)}{u}(X+F)$

donde el crecimiento del producto depende de las exportaciones y la entrada neta de capital (en niveles) y del coeficiente de importación para todos los componentes de la demanda, u . (Esta expresión reducida se obtiene cuando se asume que todos los coeficientes de importación son iguales y se toma un periodo de un año).

Brecha externa de Bacha (1990): $I = 1/m(X+F)$

donde la inversión, I , como sucedáneo de la tasa de crecimiento del producto, depende de las exportaciones y la entrada neta de capital (en niveles) y la proporción de importaciones contenidas en la inversión, m .

Brecha de ahorro

Para obtener la brecha de ahorro dinámica se parte de la condición de equilibrio Ahorro-Inversión en economía abierta (cuando el producto se determina en forma keynesiana):

$$(5) S = I + XP_d - MP_f$$

donde nuevamente P_d y P_f son los precios de exportación e importación expresados en moneda doméstica y X y M son las cantidades de exportaciones e importaciones¹³.

Además se asume lo siguiente:

1. Se tiene una función de ahorro en la que el ahorro depende del nivel del ingreso¹⁴:

$$(6) S = Y^\beta$$

donde β es un parámetro que mide la respuesta del ahorro a la variación del ingreso (elasticidad ingreso del ahorro).

¹³ De esta misma ecuación parte Bacha (1984). En el caso de Chenery y Bruno (1962) se parte de $S+F=I$.

¹⁴ Bacha (1984) también asume una función de ahorro que depende del ingreso pero en la que se ahorra una fracción constante del ingreso, $S=sY$. Por otro lado, Bruno y Chenery (1962), además de considerar el nivel de ingreso como determinante del ahorro, también tienen en cuenta la distribución funcional de este ingreso y la política de impuestos gubernamental, aunque finalmente, terminan asumiendo una relación agregada en la que la propensión marginal a ahorrar representa los efectos combinados de estos tres determinantes, por lo que se podría asumir que la elasticidad ingreso del ahorro también los considera. (La elasticidad ingreso del ahorro, β , en esta función, se define como: $\beta = \frac{\partial S}{\partial Y} \frac{Y}{S}$ donde $\frac{\partial S}{\partial Y}$ sería la propensión marginal a ahorrar).

Es importante observar que algunos de los modelos de brechas trabajan con la propensión marginal a ahorrar, otros con la tasa de ahorro media o algunas veces con las dos, pero es la propensión marginal la que importa en la determinación del tiempo utilizado para reducir las transferencias externas luego de alcanzar el nivel de crecimiento máximo. Específicamente, cuando se afronta un crecimiento restringido por ahorro, una mayor tasa marginal de ahorro disminuye el tiempo requerido para alcanzar autosostenibilidad.

2. La función de producción agregada es una relación log-lineal producto-capital¹⁵:

$$(7) Y=K^\alpha$$

donde α es un parámetro que mide la respuesta de la cantidad producida a la variación del capital (elasticidad del producto respecto al capital).¹⁶

3. De acuerdo a la definición de la formación neta de capital puede utilizarse la siguiente función de inversión¹⁷:

$$(8) I=K^\rho$$

donde ρ es un parámetro que mide la respuesta de la inversión a la variación del capital, (elasticidad de la inversión respecto al capital).

¹⁵ Es una relación log lineal dado que el $\log Y$ es una función lineal de $\log K$.

¹⁶ Sobre la elección de la función de producción se presentan varias controversias. Por un lado, Chenery (1962) afirma que mientras las funciones de tipo neoclásico tienden a minimizar los efectos de las rigideces específicas en las economías, las versiones tipo Leontief insumo-producto tienden a exagerarlas; de todas formas en otro de sus trabajos Chenery (1966) utiliza una función de coeficientes fijos que dice elegir solo por conveniencia y que otras funciones de producción, como por ejemplo, las de tipo Cobb-Douglas también pueden usarse si no hay cambios significativos en los costos relativos de trabajo y capital.

Ahora, sobre el inconveniente de que en las funciones de coeficientes fijos hay omisión de sustituibilidad entre los factores, Chenery (1962) ha reconocido que esta sustitución puede ocurrir solo a través de cierto periodo de tiempo y depende de la instalación de nuevo equipo, por lo que de alguna forma se justifica el uso de esta función para el estudio de economías en plazos cortos.

McKinnon (1964), por otro lado, expone dos formas para introducir posibilidades de sustitución y hacer este tipo de modelos menos rígidos. En uno de los métodos advierte que asumir una posición extrema en la que las posibilidades de sustitución entre los factores son muy amplias como en el caso de la función de producción tipo Cobb-Douglas (con una sustitución de uno entre los factores) es una alternativa inapropiada. En cambio, dice que se requiere una función en la que los parámetros puedan ajustarse para permitir una sustitución limitada, por lo que presenta una función con una elasticidad de sustitución constante -CES- (ampliamente investigada por Arrow, Chenery, Minhas y Solow) que no altera las conclusiones básicas del modelo. Sin embargo se encuentran aplicaciones con funciones tipo Cobb-Douglas como en el trabajo de Jaramillo et al. (1996).

¹⁷ Bruno y Chenery (1962) parten de la definición de la formación de capital neto, $\sum_{t=0}^{t=n-1} I_t = (K_n - K_0)$, y con el objetivo de expresar el modelo en términos de valores iniciales y finales hacen una aproximación de la forma: $I_n = \rho(K_n - K_0)$. En el modelo presentado arriba se realiza una simplificación mayor (tomando $K_0=0$) y haciendo una transformación.

De acuerdo a lo anterior, sustituyendo las tasas de crecimiento de las importaciones y exportaciones – obtenidas en la brecha externa dinámica o ley de Thirlwall ampliada-, en la **expresión dinámica de la condición de equilibrio ahorro-inversión** – que se obtiene al reemplazar los supuestos (6), (7) y (8) en la condición de equilibrio inicial (5) y aplicar diferenciales, se tiene la tasa de crecimiento de equilibrio restringida por el ahorro:

$$(9) \quad y = \frac{\theta x - \lambda p_d}{\left[\beta - \left(\frac{\rho}{\alpha} \right) \phi + \delta h \right]}$$

donde $\theta = \frac{XP_d}{S}$, $\lambda = \frac{F}{S}$, $\phi = \frac{I}{S}$ y $\delta = (1 - \theta - \phi - \lambda) = \frac{MP_f}{S}$

Es decir, la **brecha del ahorro dinámica**, o la **tasa de crecimiento del producto restringida por el ahorro** depende de la tasa de crecimiento de las exportaciones, x (en cantidades), debido al crecimiento exógeno del ingreso externo, la elasticidad ingreso del ahorro, β , y la elasticidad ingreso de la demanda por importaciones, h .

Al comparar este resultado con el de Bacha (1984), se tiene que la tasa de crecimiento del stock de capital (producto potencial), también depende del ahorro (tasa de ahorro), las exportaciones (tasa de las exportaciones netas sobre el producto) e importaciones (coeficiente de las importaciones no competitivas).¹⁸

Luego de obtener las expresiones dinámicas de las dos restricciones al crecimiento, la de divisas y la de ahorro, se completa el modelo unificado. Ahora obsérvese a continuación la interacción entre estas dos brechas dinámicas:

¹⁸ Brecha de ahorro de Bacha (1984): $g_u = \frac{a}{(1 - m_n)}(s - e)$ donde g_u es la tasa de crecimiento del stock de capital, s tasa de ahorro, e tasa de las exportaciones netas sobre el producto, y m_n coeficiente de las importaciones no competitivas. (Este resultado se obtiene del trabajo de Bacha cuando no hay importaciones de bienes intermedios, $m_j=0$, es decir, cuando se asume que todas las importaciones no competitivas son de bienes de capital por lo que $m_n=m_k$)

Brecha externa:

$$y = \frac{\omega x + z f'}{h}$$

Brecha de ahorro:

$$y = \frac{\theta x - \lambda p_d}{\left[\beta - \left(\frac{\rho}{\alpha} \right) \phi + \delta h \right]}$$

$y \rightarrow$ tasa de crecimiento del producto

$x \rightarrow$ tasa de crecimiento de las exportaciones (en cantidades)

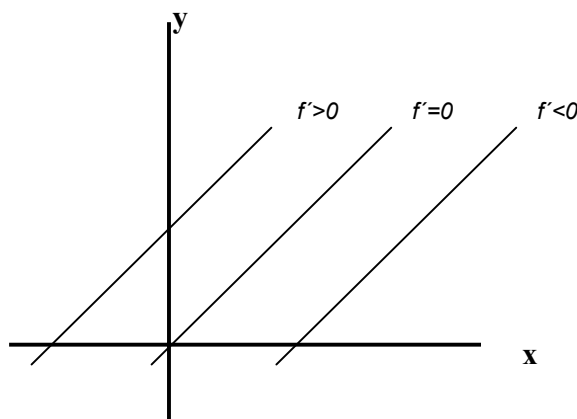
$h \rightarrow$ elasticidad ingreso de la demanda por importaciones

$f' \rightarrow$ tasa de crecimiento de los flujos de capital reales

$\beta \rightarrow$ elasticidad ingreso del ahorro

Para graficar las dos restricciones en el mismo plano se toman la tasa de crecimiento del producto y la tasa de crecimiento de las exportaciones (que son variables comunes a las dos restricciones). La brecha de divisas se representa por la **curva BP** y la de ahorro por la **curva S**.

La curva BP tiene pendiente positiva ya que a mayor tasa de crecimiento de las exportaciones aumenta la tasa de crecimiento del producto (Grafica I). Además, puede observarse que la tasa de crecimiento de los flujos de capital reales, f' , no altera la pendiente de la curva, sino el punto de corte con el eje x .¹⁹



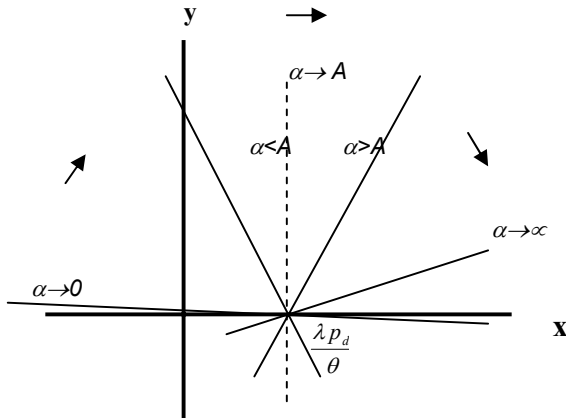
GRAFICA I. Curva BP

¹⁹ Dado que se asume que hay entrada de capitales ($F > 0$), el corte con el eje x solo dependería del signo de la tasa de crecimiento de los flujos de capital reales, f' ; de lo contrario, se tendría que el corte estaría a la izquierda del origen cuando $z f' > 0$ y a la derecha si $z f' < 0$.

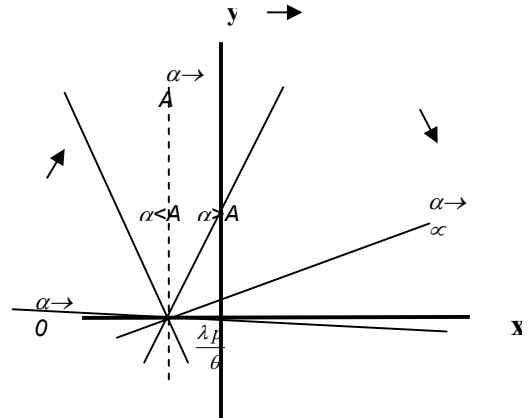
Por otro lado, la pendiente de la curva S depende del signo del denominador que se tenga en la ecuación de la brecha de ahorro. Así, para aquellas economías con un valor de α , tal que, $\alpha > A$ donde $A = \frac{\rho\phi}{\beta + \delta h}$, la curva S tiene pendiente positiva, y para aquellas donde $\alpha < A$, negativa.

Por ejemplo, para una economía en desarrollo en la que se tenga una balanza comercial deficitaria ($\phi > 1$)²⁰, una propensión a ahorrar muy baja (β cercano a 0) y el producto marginal del capital²¹ muy pequeño, dadas las demás variables, la pendiente de la curva S sería negativa ya que $\alpha < A$. En otras palabras, aquellas economías con un producto marginal suficientemente grande tendrían una curva de ahorro de pendiente positiva y aquellas con un producto marginal suficientemente pequeño tendrían una pendiente negativa.

Gráficamente se tiene que la curva de ahorro va girando en sentido de las manecillas del reloj como α vaya creciendo. Ahora, dependiendo de si la tasa de crecimiento de los precios de exportación, p_d , es positiva o negativa, el punto de corte con el eje x estaría a la derecha o izquierda del origen respectivamente (Grafica II y III).²²



GRAFICA II. Curva S (para valores de α diferentes) cuando $p_d > 0$.



GRAFICA III. Curva S (para valores de α diferentes) cuando $p_d < 0$.

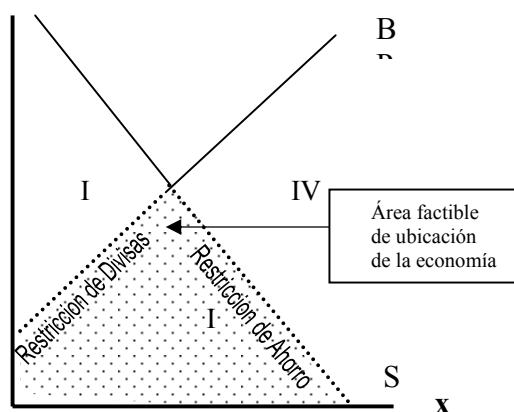
²⁰ Dado que de la condición de equilibrio ahorro-inversión, $S = I + XP_d - MP_f$, se tiene que $I/S = \phi > 1$

²¹ La elasticidad del producto respecto al capital, α , en la función asumida, $Y = K^\alpha$, se define como: $\alpha = \frac{\partial Y}{\partial K} \frac{K}{Y}$ donde $\frac{\partial Y}{\partial K}$ es el producto marginal del capital.

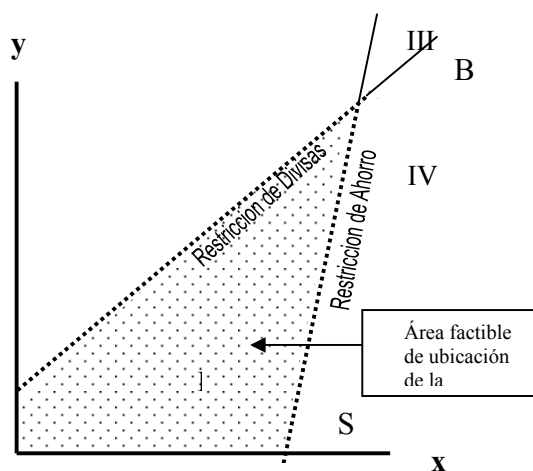
²² Dado que se asume $F > 0$, el corte con el eje x solo depende del signo de la tasa de crecimiento de los precios de exportación; de lo contrario, se estaría a la izquierda del origen cuando $F < 0$ y $p_d > 0$ o cuando $F > 0$ y $p_d < 0$, y a la derecha del origen, cuando $F > 0$ y $p_d > 0$ o cuando $F < 0$ y $p_d < 0$.

Al graficar la curva BP y la curva S en un mismo plano (considerando las posibilidades anteriormente mencionadas) se tiene que, aunque parecen existir varios escenarios, los casos se pueden reducir a dos: cuando el producto marginal es suficientemente pequeño, caso en el que la curva BP tendría pendiente positiva y la curva S pendiente negativa (Gráfica IV), o cuando el producto marginal es suficientemente grande por lo que las pendientes de las dos curvas serían positivas (Gráfica V).²³

En cualquiera de los dos casos, el plano puede dividirse en cuatro zonas (I, II, III, IV) de las cuales sólo una es factible para la ubicación de la economía. Esta zona (I) está situada bajo la intersección de las dos curvas o brechas debido a que en las otras zonas se presentaría déficit en la balanza de pagos (II y III), es decir, habría un cambio negativo en las reservas internacionales, o la capacidad doméstica estaría sobreutilizada (III y IV) por lo que el producto efectivo sería mayor al potencial (la inversión mayor al ahorro).



GRAFICA IV. Curva BP y curva S cuando α es pequeño



GRAFICA V. Curva BP y curva S cuando α es grande

²³ Los escenarios se reducen a estos dos ya que, sin importar el cuadrante en el que se corten las dos curvas, las conclusiones que se derivan del primer cuadrante se hacen extensivas a todos los demás. En estos dos casos, se tiene la brecha de divisas cuando la tasa de crecimiento de los flujos de capital reales y la tasa de crecimiento de los precios de exportación son positivos, es decir $f^* > 0$ y $p_d > 0$.

Cuando el crecimiento del producto está restringido por el ahorro, la capacidad productiva disponible está siendo plenamente utilizada, por lo que el nivel de ingreso no puede crecer más rápido sin generar una sobreutilización de esta capacidad debido a la falta de ahorro. Cuando el crecimiento está restringido por la balanza de pagos (o divisas), el nivel de ingreso no puede crecer más rápido sin causar una crisis de balanza de pagos debido a que el crecimiento de las importaciones no puede ser cubierto por las exportaciones (que están limitadas por la demanda externa) ni por los flujos de capital, es decir, debido a la falta de divisas.

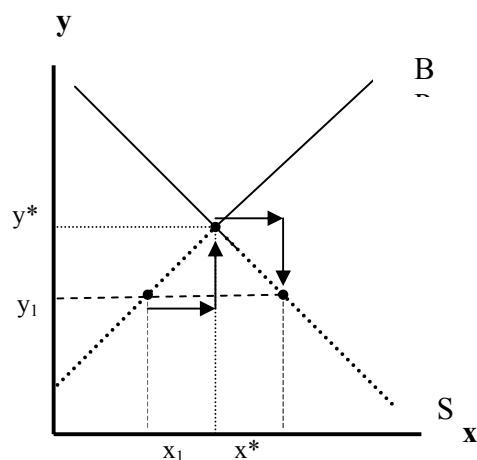
3. IMPLICACIONES DE POLÍTICA

Haciendo uso de los dos casos anteriores se pueden observar los efectos de un cambio en las exportaciones, los flujos de capital y la elasticidad ingreso de la demanda por importaciones sobre la tasa de crecimiento del producto.

Un cambio en las exportaciones

De la gráfica VI se tiene que cuando el crecimiento de las exportaciones es x_1 , el producto queda restringido por la balanza de pagos a la tasa y_1 . Esta tasa de crecimiento del producto puede ser mayor, y^* , si la tasa de crecimiento de las exportaciones aumenta hasta x^* . Lo anterior debido a que a la tasa x^* la capacidad disponible estaría siendo desperdiciada (zona I) por lo que, de acuerdo a Taylor (1989), este aumento en las exportaciones se suma a la demanda agregada y permiten un crecimiento mayor por lo que el crecimiento del producto se ajusta a la tasa y^* .

Ahora, si la tasa de crecimiento de las exportaciones aumenta aún más, por ejemplo a x_2 , el crecimiento del producto disminuye alcanzando la misma tasa inicial y_1 . En este caso el aumento de las exportaciones llevan a un exceso de demanda (por la baja productividad del capital), que se puede corregir desplazando la inversión -crowding out- (Bacha, 1984) o el consumo – ahorro forzoso-, razón por la que el crecimiento del producto cae.



GRAFICA VI. Un aumento en las exportaciones cuando α es pequeño

En síntesis, cuando la economía tiene un producto marginal del capital (suficientemente) pequeño, existe una tasa de crecimiento de las exportaciones única (óptima) que maximiza la tasa de crecimiento del producto. Con una tasa de crecimiento de las exportaciones mayor o menor a esta tasa óptima, la tasa de crecimiento del producto es menor a la máxima alcanzable, y^* , (es decir, que existe una relación no lineal entre las dos variables en forma de U invertida²⁴). La economía, entonces, debería dirigir su estrategia de crecimiento hacia las exportaciones sólo mientras enfrenta una restricción de divisas y hasta alcanzar esta tasa máxima.

Un cambio en los flujos de capital

A partir de la gráfica VIII se tiene que cuando se presenta un aumento en la tasa de crecimiento de los flujos de capital, la curva BP se desplaza hacia la izquierda.²⁵ De esta forma, a la tasa de crecimiento de las exportaciones x_1 , el crecimiento del producto ya no se ve restringido por la balanza de pagos,

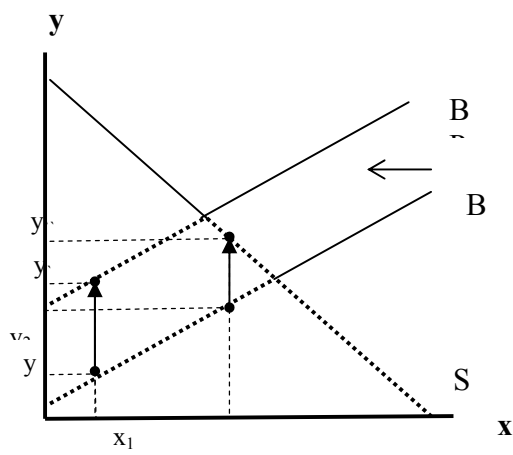
²⁴ Este resultado coincide con el obtenido por Bacha (1984) en el caso de la perspectiva de programación o planeación (Programming View) en la que las exportaciones se tratan como un instrumento de gobierno.

²⁵ Debe observarse que el cambio en los flujos de capital puede tener efecto sobre la restricción del ahorro, ya que la condición de equilibrio inicial también puede expresarse como $I=S+F$. Sin embargo, de acuerdo a lo que afirman Chenery y Bacha, el efecto que tiene un aumento en la entrada de capitales sobre el producto, cuando la economía se enfrenta a esta restricción, es mucho menor.

y_1 , sino que el ajuste resulta en una mayor tasa de crecimiento del producto, y' .²⁶

Lo anterior debido a que por la mayor disponibilidad de divisas, las importaciones pueden aumentar y con éstas, de acuerdo a Williamson (1977), también la oferta de bienes de capital necesarios para impulsar el crecimiento del producto. Si esta mayor disponibilidad de divisas resultara en un incremento muy alto de las importaciones, la economía podría llegar a alcanzar una situación de crisis de balanza de pagos (zona II), por lo que un aumento de las exportaciones podría restablecer la restricción y la tasa de crecimiento sería aun mayor.

Ahora, si la tasa de crecimiento de las exportaciones inicial es x_2 , el crecimiento del producto, restringido por divisas es y_2 . Cuando se presenta el aumento en la tasa de crecimiento de los flujos de capital, dada la mayor disponibilidad de divisas, el producto alcanza la tasa de crecimiento del producto restringida por ahorro y'' . Este aumento en la tasa de crecimiento del producto, sin embargo, es menor que cuando se enfrenta una restricción de divisas, es decir cuando la tasa de crecimiento de las exportaciones es pequeña. Ahora, si la entrada de capital genera un incremento muy alto de la inversión, el exceso de demanda se corregiría disminuyendo las exportaciones con lo que la tasa de crecimiento del producto sería aún mayor.



GRAFICA VIII. Un aumento en los flujos de capital cuando α es pequeño

²⁶ Bacha mostró un ajuste de este tipo en su trabajo de 1990 pero a partir de una disminución de los flujos de capital.

Entonces, cuando la economía enfrenta una restricción de balanza de pagos, un aumento en la tasa de crecimiento de los flujos de capital, ceteris paribus, alivia esta restricción, permitiendo alcanzar una mayor tasa de crecimiento del producto con el mismo crecimiento de las exportaciones; sin embargo, cuando el producto marginal del capital es pequeño, el efecto de la entrada de capital sobre el producto es mayor para tasas de crecimiento de las exportaciones pequeñas que para las grandes.

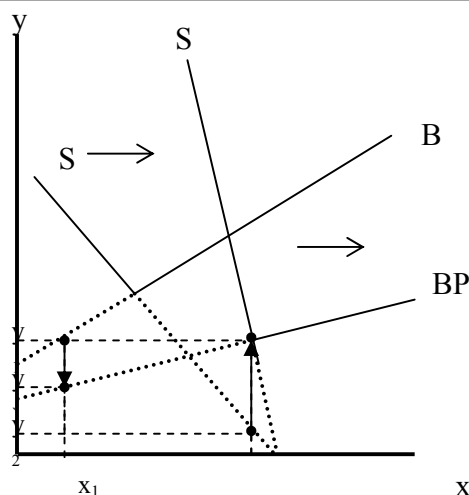
Un cambio en la elasticidad ingreso de la demanda por importaciones

De la gráfica IX se observa que, cuando se presenta un aumento en la elasticidad ingreso de la demanda por importaciones, las dos curvas se ven afectadas. Así, la pendiente de la curva S aumenta y en el caso de la curva BP, la pendiente y el punto de corte disminuyen.

Si la economía inicialmente presenta una tasa de crecimiento de las exportaciones x_1 , el crecimiento del producto restringido por la balanza de pagos es y_1 . Cuando aumenta la elasticidad ingreso de la demanda por importaciones, por ejemplo por una política de apertura, la economía quedaría en una situación de crisis de balanza de pagos debido a las mayores importaciones, por lo que el producto baja ajustándose a la nueva restricción con una tasa y' , que es menor a la inicial, y_1 .

Si la economía inicialmente tiene una tasa de crecimiento de las exportaciones de x_2 , el crecimiento restringido por el ahorro es y_2 . Cuando la elasticidad ingreso de la demanda por importaciones aumenta, la capacidad disponible estaría siendo desperdiciada por lo que la inversión aumenta hasta ajustar el producto con la nueva restricción pasando de y_2 a y_1 , donde $y_1 > y_2$. Es decir, las importaciones pueden impulsar altos niveles de inversión a través de sus efectos positivos sobre la tasa de ahorro doméstico (Papanek en Williamson, 1977) que a su vez permiten aumentar el producto.²⁷

²⁷ Este resultado también puede asociarse con el trabajo de Taylor (1989) que plantea que un aumento del déficit comercial provoca el suficiente ahorro para aumentar la tasa de crecimiento del stock de capital.



GRAFICA IX. Un aumento en la elasticidad ingreso de la demanda por importaciones cuando α es pequeño

Por lo tanto, cuando la economía enfrenta una restricción de divisas, un aumento en la elasticidad ingreso de la demanda por importaciones, ceteris paribus, empeora la restricción, por lo que la tasa de crecimiento cae; pero si la economía tiene un producto marginal del capital pequeño y enfrenta una restricción de ahorro (para lo que requiere un crecimiento de las exportaciones suficientemente alto), el aumento en la elasticidad ingreso de la demanda por importaciones relaja esta restricción, por lo que el crecimiento del producto es mayor.

Los anteriores ejemplos muestran algunas implicaciones que se derivan del **modelo unificado** respecto al crecimiento del producto para el caso de economías poco productivas - producto marginal del capital pequeño; sin embargo, podría observarse el cambio de otras variables (como por ejemplo la elasticidad ingreso del ahorro) o también los efectos que se tendrían en el caso de economías más productivas- i.e un producto marginal del capital grande-.

4. CONCLUSIONES

Los modelos de brechas y la ley de Thirlwall se desarrollaron a partir de la teoría del crecimiento y la teoría del desarrollo orientadas desde el lado de la demanda. Estos modelos postulan que la oferta de los factores y la tecnología son elementos endógenos a la economía y que es la demanda agregada la que impone restricciones al crecimiento del producto.

La ley de Thirlwall se interesó en mostrar que el crecimiento del producto a largo plazo enfrenta una restricción por balanza de pagos. Los modelos de brechas se concentraron en mostrar que las economías en desarrollo, por

sus particularidades y rigidez específicas, enfrentan restricciones separadas al crecimiento, de las cuales una es precisamente la restricción externa.

Con el objetivo de obtener un modelo unificado que vinculara estos dos modelos orientados del lado de la demanda, se desarrolló una versión dinámica del modelo de brechas partiendo de la condición de equilibrio de la balanza de pagos que es común en los dos modelos y la condición ahorro-inversión en economía abierta utilizada en el modelo de brechas.

Al obtener las expresiones dinámicas de estas dos brechas -la brecha externa y la de ahorro-, se obtuvo que la primera brecha corresponde a la ley de Thirlwall ampliada con flujos de capital, es decir, la ley de Thirlwall es un caso particular de la brecha externa cuando se asumen unas funciones de demanda de importación y exportación estándar multiplicativas con elasticidades constantes de ingresos y precios. En la segunda brecha se utilizaron estas mismas funciones de demanda de importaciones y exportaciones.

De la brecha externa se obtuvo que el crecimiento del producto está determinado por la tasa de crecimiento de las exportaciones, la tasa de crecimiento de los flujos de capital y la elasticidad ingreso de la demanda por importaciones; de la brecha de ahorro, se obtuvo que el crecimiento del producto igualmente está determinado por la tasa de crecimiento de las exportaciones y la elasticidad de la demanda por importaciones, pero además por la elasticidad ingreso del ahorro.

A partir de la interacción entre estas dos brechas dinámicas se encontró que, dependiendo de las características propias de las economías, los cambios en las variables pueden tener diferentes efectos. Así, se llevó a cabo un análisis de estática comparativa con el que se observó, por ejemplo, que un mayor crecimiento de las exportaciones no implica necesariamente un mayor crecimiento del producto; una mayor entrada de flujos de capital, en cualquier caso, relaja la restricción de divisas permitiendo obtener un mayor crecimiento del producto y un aumento en la demanda por importaciones (por ejemplo en el caso de una política de apertura) puede tener efectos positivos en el crecimiento del producto cuando se enfrenta una restricción de ahorro.

Debe observarse que al relacionar la ley de Thirlwall y el modelo de brechas -como fue sugerido por Thirlwall (1997)- en un modelo unificado, se siguen cumpliendo las implicaciones que se derivan originalmente de la ley acerca del alivio de la restricción de divisas. Así por ejemplo, una entrada de capitales o una disminución de la demanda por importaciones permiten relajar la restricción de divisas permitiendo alcanzar una mayor tasa de crecimiento del producto. No obstante, la gama de casos que aparecen en el modelo aquí propuesto abarcan muchas otras situaciones no previstas en la Ley.

El modelo unificado se diseñó para el análisis de países en desarrollo; parte de unas condiciones de equilibrio que limitan el área factible de ubicación de la economía (permitiendo también estar en desequilibrio dentro de esta área) y puede asumirse como un modelo de corto plazo debido a que puede ajustarse mejor a países semiindustrializados, las aproximaciones empíricas del modelo de brechas se han hecho para periodos cortos y porque al considerar la entrada de flujos de capital, al menos en el caso de préstamos, no se ha tenido en cuenta su devolución.

BIBLIOGRAFÍA

Atesoglu, H. Sonmez. "Balance of Payments Constrained Growth". *Journal of Post Keynesian Economics*, summer 1993, 15(4), 507-514.

Bacha, E. "Growth with limited supplies of foreign exchange: A reappraisal of the two gap model". En Moshe Syrquin, Lance Taylor y Larry E. Westphal (Eds), *Economic Structure and performance: essays in honor of Hollis B. Chenery*, New York: Academic Press, 1984.

----- . "A three-gap model of foreign transfers and the GDP growth rate in developing countries". *Journal of Development Economics*, Apr, 1990, 32(2), 279-296.

Clavijo, S., y Caicedo, J. "Ahorro e inversión en los años 2006-2010: ¿Qué vaticina el modelo de brechas?". *Carta Financiera ANIF*, ene-mar, 2006, 132, 9-14.

Chenery, H. "Comparative Advantage and Development Policy". *American Economic Review*, 1961, 51, 18-51.

-----."The Structuralist Approach to Development Policy". *Development Economics*, 1975, 65(2), 311-316.

Chenery, H., y Alan M. Strout. "Foreign Assistance and Economic Development". *American Economic Review*, sept, 1966, 56(4), 679-733.

Chenery, H., y Bruno, M. "Development Alternatives in an Open Economy: The Case of Israel". *Economic Journal*, mar 1962, 72(285), 79-103.

Chenery, H., y Mc Ewan. "Optimal Patterns of Growth and Aid: The Case of Pakistán". *Pakistan Development Review*, Summer 1966.

Chenery, H., e Ira Adelman. "Foreign Aid and Economic Development: The Case of Greece". *Review of Economics and Statistics*, 1966, 1-19.

García, M., y Quevedo, A. "Crecimiento económico y balanza de pagos: evidencia empírica para Colombia". *Cuadernos de Economía*, XXIV, 2005, 43, 83-104.

Harrod, R. *International Economics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1933.

Hieke, H. "Balance-of-payments-constrained growth: a reconsideration of the evidence for the U.S economy". *Journal of Post Keynesian Economics*, 1997, 19(3), 313-324.

Jaramillo, S., Carvajal, A. y Sánchez F. "Ahorro y crecimiento en un Modelo de Tres Brechas". *Revista Planeación y Desarrollo*, XXVII (1), ene-mar 1996, 79-109.

Leon-Ledesma, M. "An application of Thirlwall's Law to the Spanish economy". *Journal of Post Keynesian Economics*, spring 1999, 21(3), 431-439.

López J., y Cruz A. "Thirlwall's law and beyond: the Latin American experience". *Journal of Post Keynesian Economics*, spring 2000, 22(3), 477-493.

McCombie, J. "Thirlwall's Law and Balance of Payments Constrained Growth – More on the Debate". *Applied Economics*, 1992, 24, 493-512.

McGregor, P., y Swales J. "Thirlwall's Law and Balance of Payments Constrained Growth: Further Comment on the Debate". *Applied Economics*, 1991, 23, 9-20.

McKinnon, R. "Foreign exchange constraints in economic development and efficient aid allocation". *Economic Journal*, jun 1964, 74(294), 388-409.

Moreno-Brid, J. "México's Economic Growth and the Balance of Payments Constraint: A Cointegration Analysis". *International Review of Applied Economics*, 1999, 13(2), 150-159.

Pardo, J., y Reig, N. "Crecimiento, demanda y exportaciones en la economía uruguaya 1960-2000". *Documentos de Trabajo (working papers)*, Department of Economics – dECON, dic 2002, 11/02.

Perraton, J. "Balance of Payments Constrained Growth and Developing Countries: an examination of Thirlwall's hypothesis". *International Review of Applied Economics*, 2003, 17, 1-22.

Perrotini, I. “La ley de Thirlwall y el crecimiento en la economía global: Análisis crítico del debate”. *Revista Venezolana de Análisis de Coyuntura*, VIII(2), jul-dic 2002, 117-141.

Taylor, Lance. *Macroeconomía estructuralista: Modelos aplicables en el Tercer Mundo*. México: Trillas, 1989.

Thirlwall, A.P. “Reflections on the concept of Balance of Payments Constrained Growth”. *Journal of Post Keynesian Economics*, spring 1997, 19(3), 377-384.

----- . The Balance of Payments Constraint as an Explanation of International Growth Rates Differences. *Banca Nazionale del Lavoro Quarterly Review*, 1979, 128(791), 33-45.

Thirlwall, A.P y Hussain N. “The Balance of Payments Constraint, Capital Flows and Growth Rate Differences between Developing Countries”. *Oxford Economic Papers*, 1982, 34, 498-510.

Thirlwall, A. P. y McCombie, J. *Economic Growth and the Balance-of-Payments Constraint*. Londres: Macmillan, 1993.

Velasco, R. “¿Hay restricción externa del crecimiento en Colombia de 1925 a 2000?”. *Cuadernos de Economía*, XXV(44), 2006, 99-118.

Williamson, Robert B.” The Role of Exports and Foreign Capital in Latin American Economic Growth”. Paper prepared for the annual meeting of the Southern Economics Association, New Orleans, *Working Paper*, Austin, University of Texas November 4, 1977, 77-88.

ANEXO A: BRECHA EXTERNA

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & XP_d + F = MP_f && F > 0 \\
 (2) \quad & M = (P_f/P_d)^g Y^h && g < 0, h > 0 \\
 (3) \quad & X = (P_d/P_f)^v Y^{*w} && v < 0, w > 0
 \end{aligned}$$

Diferenciando (1):

$$\begin{aligned}
 d(XP_d) + dF &= d(MP_f) \\
 X dP_d + P_d dX + dF &= M dP_f + P_f dM
 \end{aligned}$$

Multiplicando y dividiendo por cada variable respectivamente para obtener tasas de crecimiento:

$$\begin{aligned}
 P_d (X dP_d)/P_d + X (P_d dX)/X + F (dF)/F &= P_f (M dP_f) /P_f + M (P_f dM) /M \\
 P_d X p_d + X P_d x + F f &= P_f M p_f + M P_f m
 \end{aligned}$$

Reorganizando y dividiendo por MP_f se tiene:

$$(4) \quad \frac{XP_d}{MP_f}(x + p_d) + \frac{F}{MP_f}(f) = m + p_f$$

La anterior es la **expresión dinámica de la balanza de pagos** donde $\frac{XP_d}{MP_f}$ y $\frac{F}{MP_f}$ son las proporciones de las importaciones financiadas por las ganancias de exportación y la entrada de flujos de capital respectivamente y las letras en minúscula representan las tasas de crecimiento de las variables.

Por otro lado aplicando logaritmos naturales y diferenciando (2) y (3):
De la ecuación (2),

$$\begin{aligned}
 \ln M &= \ln [(P_f/P_d)^g Y^h] \\
 \ln M &= \ln (P_f/P_d)^g + \ln Y^h \\
 \ln M &= g (\ln P_f - \ln P_d) + h \ln Y
 \end{aligned}$$

$$\frac{d(\ln M)}{dt} = g \frac{d(\ln P_f - \ln P_d)}{dt} + h \frac{d(\ln Y)}{dt}$$

$$\frac{d(\ln M)}{dt} = g \left(\frac{d(\ln P_f)}{dt} - \frac{d(\ln P_d)}{dt} \right) + h \frac{d(\ln Y)}{dt}$$

$$\frac{\dot{M}}{M} = g \left(\frac{\dot{P}_f}{P_f} - \frac{\dot{P}_d}{P_d} \right) + h \frac{\dot{Y}}{Y}$$

$$(5) m = g(p_f - p_d) + hy$$

De la ecuación 3,

$$\ln X = \ln [(P_d/P_f)^v Y^{*w}]$$

$$\ln X = \ln (P_d/P_f)^v + \ln Y^{*w}$$

$$\ln X = v (\ln P_d - \ln P_f) + w \ln Y^*$$

$$\frac{d(\ln X)}{dt} = v \frac{d(\ln P_d - \ln P_f)}{dt} + w \frac{d(\ln Y^*)}{dt}$$

$$\frac{d(\ln X)}{dt} = v \left(\frac{d(\ln P_d)}{dt} - \frac{d(\ln P_f)}{dt} \right) + w \frac{d(\ln Y^*)}{dt}$$

$$\frac{\dot{X}}{X} = v \left(\frac{\dot{P}_d}{P_d} - \frac{\dot{P}_f}{P_f} \right) + w \frac{\dot{Y}^*}{Y^*}$$

$$(6) x = v(p_d - p_f) + wy^*$$

se tienen las tasas de crecimiento de las importaciones y las exportaciones.

Ahora sustituyendo (5) y (6) en (4):

$$\frac{XP_d}{MP_f} \{ [v(p_d - p_f) + wy^*] + p_d \} + \frac{F}{MP_f} (f) = [g(p_f - p_d) + hy] + p_f$$

Despejando la tasa de crecimiento del producto (y):

$$y = \frac{\frac{XP_d}{MP_f} v(p_d - p_f) + g(p_d - p_f) - p_f + \frac{XP_d}{MP_f} wy^* + \frac{XP_d}{MP_f} (p_d) + \frac{F}{MP_f} (f)}{h}$$

y dado que de (1), $\frac{XP_d}{MP_f} = 1 - \frac{F}{MP_f}$, entonces reemplazando:

$$y = \frac{\left(\frac{XP_d}{MP_f} v + g\right)(p_d - p_f) - p_f + \frac{XP_d}{MP_f} wy^* + \left(1 - \frac{F}{MP_f}\right)(p_d) + \frac{F}{MP_f}(f)}{h}$$

$$y = \frac{\left(\frac{XP_d}{MP_f} v + g\right)(p_d - p_f) + (p_d - p_f) + \frac{XP_d}{MP_f} wy^* + \frac{F}{MP_f}(f - p_d)}{h}$$

En la ecuación anterior, el primer término muestra el efecto volumen del cambio en los precios relativos sobre el crecimiento del ingreso real restringido por la balanza de pagos; el segundo, el efecto de los términos de intercambio; el tercero es el efecto del cambio exógeno en el crecimiento del ingreso externo; y el cuarto, el efecto de la tasa de crecimiento de los flujos de capital reales.

Finalmente, asumiendo que los términos de intercambio permanecen constantes $p_d=p_f$, (o los precios relativos medidos en una moneda común no cambian en el largo plazo), se tiene la tasa de crecimiento de equilibrio:

$$y = \frac{\frac{XP_d}{MP_f} wy^* + \frac{F}{MP_f}(f - p_d)}{h}$$

$$(7) \quad y = \frac{\omega(x) + z(f')}{h}$$

donde $\omega = \frac{XP_d}{MP_f}$, $z = \frac{F}{MP_f}$ y $f' = (f - p_d)$

ANEXO B: BRECHA DE AHORRO

$$(8) S = I + XP_d - MP_f$$

$$(9) S = Y^\beta$$

$$(10) Y = K^\alpha$$

$$(11) I = K^\rho$$

Reemplazando (9), (10) y (11) en (8) y aplicando diferenciales:

$$Y^\beta = Y^{\rho/\alpha} + XP_d - MP_f$$

$$dY^\beta = d(Y^{\rho/\alpha} + XP_d - MP_f)$$

$$\beta Y^{\beta-1} dY = \rho/\alpha Y^{\rho/\alpha-1} dY + P_d dX + X dP_d - P_f dM - M dP_f$$

Expresando lo anterior en términos de tasas de crecimiento:

$$Y (\beta Y^{\beta-1} dY)/Y = Y (\rho/\alpha Y^{\rho/\alpha-1} dY)/Y + X(P_d dX)/X + P_d (X dP_d)/P_d - M(P_f dM)/M - P_f (M dP_f)/P_f$$

$$Y \beta Y^{\beta-1} y = Y \rho/\alpha Y^{\rho/\alpha-1} y + XP_d x + P_d X p_d - MP_f m - P_f M p_f$$

$$\beta Y^\beta y = \rho/\alpha Y^{\rho/\alpha} y + XP_d (x + p_d) - MP_f (m + p_f)$$

Reorganizando se tiene:

$$\beta y = \frac{\rho}{\alpha} \left(\frac{Y^{\rho/\alpha}}{Y^\beta} \right) y + \frac{XP_d}{Y^\beta} (x + p_d) - \frac{MP_f}{Y^\beta} (m + p_f)$$

$$(12) \quad y \left[\beta - \left(\frac{\rho}{\alpha} \right) \frac{I}{S} \right] = \frac{XP_d}{S} (x + p_d) - \frac{MP_f}{S} (m + p_f)$$

La anterior ecuación corresponde a la **expresión dinámica de la condición de equilibrio ahorro-inversión** en economía abierta, así en el lado izquierdo se tiene el crecimiento del ahorro y la inversión, y a la derecha, la tasa de crecimiento de las exportaciones y de las importaciones (en valor).

Ahora reemplazando las funciones de demanda de importaciones y exportaciones (5) y (6), en (12)

y asumiendo que los términos de intercambio permanecen constantes, esto es que $p_d=p_f$, se tiene:

$$y \left[\beta - \left(\frac{\rho}{\alpha} \right) \frac{I}{S} \right] = \frac{XP_d}{S} [v(p_d - p_f)wy^* + p_d] - \frac{MP_f}{S} (hy + p_f)$$

$$y \left[\beta - \left(\frac{\rho}{\alpha} \right) \frac{I}{S} + \frac{MP_f}{S} h \right] = \frac{XP_d}{S} (wy^* + p_d) - \frac{MP_f}{S} p_f$$

y dado que de (1), $\frac{XP_d}{S} = \frac{M}{S} - \frac{F}{S}$, entonces reemplazando:

$$y \left[\beta - \left(\frac{\rho}{\alpha} \right) \frac{I}{S} + \frac{MP_f}{S} h \right] = \frac{XP_d}{S} wy^* + \left[\frac{MP_f}{S} - \frac{F}{S} \right] p_d - \frac{MP_f}{S} p_f$$

$$y \left[\beta - \left(\frac{\rho}{\alpha} \right) \frac{I}{S} + \frac{MP_f}{S} h \right] = \frac{XP_d}{S} x - \frac{F}{S} p_d$$

y despejando se tiene:

$$y = \frac{\theta x - \lambda p_d}{\left[\beta - \left(\frac{\rho}{\alpha} \right) \phi + \delta h \right]}$$

donde $\theta = \frac{XP_d}{S}$, $\lambda = \frac{F}{S}$, $\phi = \frac{I}{S}$ y $\delta = (1 - \theta - \phi - \lambda) = \frac{MP_f}{S}$